

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2

Ispit

9. srpnja 2015.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

- (ii) Je li $F(x) = \sqrt{\ln x^2}$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{\ln x^2}}$?
Objasnite! (4 boda)

- (iii) Odredite $\int \frac{x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-2}^2 x(x-1)(x+1)dx$.
(4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \sqrt{e^{2x+3y}}$ oko $(x_0, y_0) = (3, -2)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = 0.01$ i $\Delta y = -0.03$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljom $y = (x + 1)^3$ te pravcima $y = -x + 1$ i x -osi. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) x^3y + \sqrt{y'} = 0 \quad (b) 2x \sin x + 3y \cos x = y' \tan x$$

$$(c) ye^x + \ln y' = 0 \quad (d) 2x + y' = 3yx^2.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

9. srpnja 2015.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Geometrijski interpretirajte integral $\int_{-3}^6 |4 - x| dx$. (2 boda)

(ii) Riješite integral zadan pod (i). (3 boda)

(iii) Riješite integral $\int \frac{2x+5}{e^x} dx$. (5 bodova)

2. Zadan je integral

$$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx \int_{-x}^x dy + \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} dy.$$

(i) Geometrijski interpretirajte taj integral. (3 boda)

(ii) Zapišite taj integral u polarnim koordinatama. (2 boda)

(iii) Riješite zadani integral. (Možete koristiti oblik dan na početku zadatka ili onaj koji ste dobili pod (ii).) (5 bodova)

3. Zadana je funkcija

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 16} + \arcsin \frac{x}{4} + \cos \frac{y}{4}.$$

(i) Skicirajte domenu funkcije f . (5 bodova)

(ii) Izračunajte $f_x(x, y)$ i $f_y(x, y)$. (5 bodova)

4. Zadana je funkcija

$$f(x, y) = x^3 - 3(x + y) + y^3 - 5.$$

(i) Odredite lokalne ekstreme funkcije f . (5 bodova)

(ii) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na graf funkcije f u točki $(0, 0, z_0)$. (5 bodova)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$(x^2 + 1)y' + 4xy = x.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) koje zadovoljava početni uvjet $y(0) = 1$. (3 boda)